

محل مهر مدرسه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/ ۲۴	 بسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ قم دبیرستان غیردولتی دخترانه هدی متوسطه دوم آزمون نوبت اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ تعداد صفحه: ۳ تعداد سوال: ۱۴	نام و نام خانوادگی:
	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه نام دبیر: خانم کاظمی نیاز به پاسخنامه ندارد		سوالات درس: هندسه (۳) پایه / رشته: دوازدهم ریاضی
تاریخ تصحیح: ۱۴۰۳/۱۰/ نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر:			

بارم	سوالات	ردیف
۱	<p>ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت زیر تعریف شده است، ابتدا A را با درایه هایش بنویسید.</p> $a_{ij} = \begin{cases} 0 & i = j \\ i^2 - j & i < j \\ i - j^2 & i > j \end{cases}$	۱
۱،۵	<p>جاهای خالی را با عبارت (عبارت) مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر $A = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$، $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشد، مقدار $x+y+z$ برابر با است.</p> <p>ب) اگر $A_{3 \times 4}$ و $A \times B = C$ باشد، در صورتی که C یک ماتریس ستونی باشد، مرتبه ماتریس B برابر با است.</p> <p>پ) اگر A ماتریسی مربعی باشد و $A^2 = 3I$، آن گاه A^7 برابر با است.</p>	۲
۱،۵	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} m & n \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$ داشته باشیم $AB = BA$، در اینصورت مقادیر m, n را محاسبه کنید.</p>	۳
۱،۲۵	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ و $A^2 = A^{-1}$ باشد، مقدار a را بیابید.</p>	۴

۱,۲۵	<p>دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ را به روش بسط با ستون سوم تعیین کنید.</p>	۵
۱,۵	<p>در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x & 2 \end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.</p>	۶
۲	<p>الف) به ازای چه مقادیری از k دستگاه زیر جواب ندارد؟</p> $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ <p>ب) دستگاه $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$ را به روش ماتریس معکوس حل کنید.</p>	۷
۱,۵	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع d, d' به یک فاصله اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می باشد.</p> <p>ب) صفحه ای با مولد سطح مخروط دواری، موازی است و از راس آن عبور نمی کند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی، یک بیضی است.</p> <p>پ) مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارجاند، دایره $C'(O, 2r)$ است.</p>	۸

۱.۵	نقطه ی A و خط d در صفحه مفروض اند ، نقطه ای بیابید که از A به فاصله ی ۱ سانتی متر و از d به فاصله ی ۲ سانتی متر باشد. (بحث کنید)	۹
۱	اگر $x^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ معادله ی یک دایره به شعاع ۱ باشد، مقدار k را تعیین کنید.	۱۰
۱.۵	در نقطه $A(۲, ۳)$ روی دایره $x^2 + y^2 - ۲x - ۲y = ۳$ مماسی رسم کرده ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.	۱۱
۱.۲۵	وضعیت خط $۳x + ۴y = ۰$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - ۴y - ۷ = ۰$ را مشخص کنید.	۱۲
۱.۲۵	معادله دایره ای را بنویسید که $A(۴ و -۲)$ و $B(۲ و ۲)$ دو سر قطر آن باشند.	۱۳
۲	وضعیت دایره $x^2 + y^2 - ۶x - ۲y + ۹ = ۰$ با دایره ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.	۱۴

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(۱)

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \quad x + y + z = 1$$

۱۲ الف

$$A_{r \times r} \times B_{m \times n} = C_{r \times 1} \Rightarrow n = 1, m = r \Rightarrow C_{r \times 1}$$

(۱)

(۲)

$$A^N = (A^r)^r \times A = (rI)^r \times A = r^r I \times A = r^r A$$

(۳)

$$A \times B = \begin{pmatrix} r_m + r_n & r_n - r_1 \\ -r_m + r_4 & -r_n - r_1 \end{pmatrix} \quad B \times A = \begin{pmatrix} r_m - r_n & r_m + r_n \\ r_4 + r_1 & r_4 - r_1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow -r_n = r_4 \Rightarrow \boxed{n = -4} \quad r_m = -r_1 \Rightarrow \boxed{m = -1}$$

(۴)

$$A^r = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -a \\ a & a^2 - 1 \end{bmatrix} \Rightarrow a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a = \pm 1 \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$|A| = 1 \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 2 \times (-1)^r \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^r \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^r \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

(۵)

$$= (2 \times -4) - (4 \times 1) + 1 \times 6 = -8 - 4 + 6 = -6$$

(۶)

$$\begin{bmatrix} 2x & 2 \\ 1 \times 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-4 & -4x \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2x+4 & -4x+4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{matrix} -2x+4 = -2 & |x| \\ -4x+4 = 4 & |x| \end{matrix} \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\frac{m-2}{2} = \frac{2}{m+1} \neq \frac{m}{2}$$

$$m, 2 - 2m - 2 = 12$$

$$m^2 - 2m - 12 = 0$$

$$(m-6)(m+2) = 0$$

$$\begin{cases} m = 6 \checkmark \rightarrow \frac{2}{6} \neq \frac{6}{2} \\ m = -2 \rightarrow \frac{2}{-2+1} = \frac{-2}{1} \neq \frac{-2}{2} \times \end{cases}$$

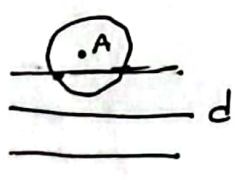
(۷)

$$\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

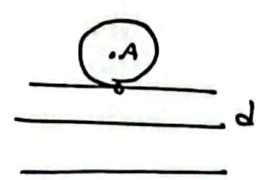
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6 \quad A^{-1} = \frac{1}{-6} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{6} + \frac{2}{3} = 2 \\ \frac{4}{6} - \frac{2}{3} = -1 \end{bmatrix}$$

(۸)

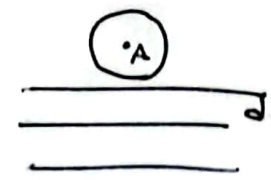


۲ جواب



۱ جواب

الف) درست - ب) غلط - ج) درست - د) درست



بدون جواب

(۹)

$$\frac{1}{r} \sqrt{r^2 + 4 - rx - k} = 1 \Rightarrow \sqrt{r^2 + rk} = r \Rightarrow \sqrt{\omega + k} = 1 \quad (10)$$

$$\Rightarrow \omega + k = 1 \Rightarrow \underline{k = -r^2}$$

$$O(1,1) \quad r = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 + r + r} = \sqrt{\omega} \quad A(r, r) \quad (11)$$

$$M_{OA} = \frac{r-1}{r-1} = r \quad \text{خط مماس} \rightarrow -\frac{1}{r} \quad \begin{matrix} y - r = -\frac{1}{r}(x - r) \\ y = -\frac{1}{r}x + r \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{مركز} \\ \text{دائرة} \end{matrix}$$

$$O = (0,0) \quad OH = \frac{|rx_0 + ry_0 + k|}{\sqrt{r^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + 1}} = \frac{1}{\omega} \quad (12)$$

$$R = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 + r} = \frac{1}{r} \sqrt{r} = \sqrt{\omega} \quad \frac{\Delta}{\omega} < \sqrt{11} \quad \text{مستقيم}$$

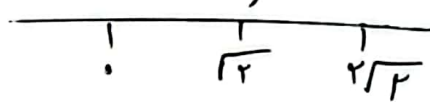
$$AB = \sqrt{(r-r)^2 + (-r-r)^2} = \sqrt{r^2} = r\sqrt{\omega} \quad r = \frac{|AB|}{r} = \sqrt{\omega} \quad (13)$$

$$O = \left(\frac{r+\epsilon}{r}, \frac{r-r}{r} \right) = (r, 0) \quad (x-r)^2 + y^2 = \omega$$

$$O(0,0) \quad O'(-1,-1) \Rightarrow OO' = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \quad \times$$

$$R = \sqrt{2} \quad R' = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 + r} = \frac{1}{r} \sqrt{r} = \sqrt{2}$$

$$R + R' = 2\sqrt{2} \quad R - R' = 0$$



$$O = (r, 1) \quad R = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 + r - rx + 9} = 1$$

$$O' = (0,0) \quad R' = 1$$

$$R + R' = 2 \quad R - R' = 0 \quad OO' = \sqrt{r^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$



مستقيم

(14)